

$$= \frac{17}{4} \cdot \frac{x^4}{4} \Big|_1^3 = \frac{17}{6} \left(\frac{81}{4} - \frac{1}{4} \right) = \frac{17}{6} \cdot \frac{80}{4} = \frac{17}{6} \cdot 20 = \frac{340}{6} \approx 56,667$$

Есептеу қателігін есептейік:

$$\delta = \frac{57,6 - 56,667}{56,667} \cdot 100\% = \frac{0,933}{56,667} \cdot 100\% \approx 1,6\%$$

Қолданылған әдебиеттер тізімі:

1. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике: Учеб.пособие для студентов вузов. – 3-е изд., перераб. и доп. – М.: Высш. школа, 1979г.400стр.
2. Данко П. Е., Попов А. Г., Кожевникова Т. Я. Высшая математика в упражнениях и задачах: Учеб. пособие для студентов вузов. –часть 2,4-е изд., перераб. и доп. – М.: Высш. школа, 1986г. 353стр.
3. Ермаков С. М. Методы Монте-Карло и смежные вопросы. М.: Наука, 1975г.472 стр.

Қасымқанұлы Б.¹,Әбдірахманова Ә.Е.²

1. Ғылыми жетекші, физика-математика ғылымдарының кандидаты, доцент
2. Физика-математика және жалпы техникалық пәндер кафедрасы,
«Математика» мамандығының 4 курс студенті

АЛЬТЕРНАТИВТІ ДЕНЕЛЕР

$\mathcal{A}$ сақинасының a элементі қайтымды деп аталады, егер $\mathcal{A}$ сақинасында a элементі үшін кері a^{-1} элементі бар болса,

$$a^{-1}(ax) = (xa)a^{-1} = x$$

$\mathcal{A}$ –ның кез келген x элементі үшін.

Теорема 1. Егер $\mathcal{A}$ туынды сақинасының нөл емес элементтері e бірлігімен қайтымды болса, онда $\mathcal{A}$ сақинасы *альтернативті дене* болады.

Расында да, егер $ab = 0, a \neq 0 (a, b \in \mathcal{A})$ болса, онда $a^{-1}(ab) = b = 0$ болады. Осыған ұқсас болады, егер $ab = 0, b \neq 0$, онда $b^{-1}(ab) = a = 0$. Осылайша, $\mathcal{A}$ -да нөлдің бөлгіштері жоқ және бөлгіші мен бірлігі бар сақина бола тұра дене болып табылады.

Еркін нөлдік емес a, b элементтері үшін $\mathcal{A}$ $x = (ab)^{-1}$ сақинасынан $x^{-1} = ab$, $x^{-1}b^{-1} = a$ аламыз, осыдан $xa = x(x^{-1}b^{-1}) = b^{-1}$, яғни $\mathcal{A}$ сақинасында қарапайым көбейтіндінің айналу орны бар: $(ab)^{-1} = b^{-1}a^{-1}$.

Осы заңдылықты пайдалана отырып, альтернативті заңдылықты дәлелдейміз

$$ab \cdot a = a \cdot ba. \quad (1)$$

$a \neq 0, b \neq 0$ и $b \neq a^{-1}$ екенін бірден болжамдауға болады. Бізде:

$$a - (ab)a = ab \cdot (b^{-1} - a) \cdot ba = [a^{-1}b^{-1} \cdot (b^{-1} - a)^{-1}]^{-1} = [(e + a^{-1}(b^{-1} - a))(b^{-1} - a)^{-1}]^{-1} = [(b^{-1} - a)^{-1} + a^{-1}]^{-1} \text{ бар.}$$

Басқаша,

$$\begin{aligned} a - (ab)a &= ab \cdot (b^{-1} - a) = [(b^{-1} - a)^{-1} \cdot a^{-1}b^{-1}]^{-1} \\ &= [(b^{-1} - a)^{-1}(e + (b^{-1} - a)a^{-1})]^{-1} = [(b^{-1} - a)^{-1} + a^{-1}]^{-1}. \end{aligned}$$

Осылайша, $a - a(ab) = a - (ab)a$ сондықтан, $a \cdot ba = ab \cdot a$.

$(ab \cdot a^{-1})a = a(ba^{-1} \cdot a) = (a \cdot ba^{-1})a$ теңдігінен нөлдің бөлгіштерінің жоқтығына байланысты келесідей болады

$$ab \cdot a^{-1} = ba^{-1} \cdot a. \quad (2)$$

$a \cdot ab = a^2b$ альтернативті заңдылықты келесідей дәлелдейміз. Бізге $a \neq 0, b \neq 0, b \neq -a^{-1}$ берілсін. (1) негізінде келесі өрнекті теңестіреміз: $(b + a^{-1})(b^{-1}a) \cdot (b + a^{-1}) = (a + a^{-1} \cdot b^{-1}a)(b + a^{-1}) = ab + (a^{-1}b^{-1}a)b + e + a^{-1}b^{-1}$,

$$(b + a^{-1})(b^{-1}a) \cdot (b + a^{-1}) = (b + a^{-1})(b^{-1}a \cdot b + b^{-1}) = ab + e + a^{-1}(b^{-1}a \cdot b) + a^{-1}b^{-1}.$$

Одан

$$a^{-1}(b^{-1}a \cdot b) = (a^{-1} \cdot b^{-1}a)b. \quad (3)$$

аламыз

Мұндағы a -ны $(a + b^{-1})^{-1}$ алмастырамыз, b – ны a -ға және (2) ескере отырып, келесіні аламыз:

$$\begin{aligned} (a + b^{-1})[a^{-1}((a + b^{-1})^{-1} \cdot a)] &= (a + b^{-1})[(a^2 + b^{-1}a)^{-1}a] \\ &= (a + b^{-1})(a + a^{-1}b^{-1}a)^{-1} \\ &= a(a + a^{-1}b^{-1}a)^{-1} + b^{-1}(a + a^{-1}b^{-1}a)^{-1} \\ &= [(a + b^{-1})^{-1} + (a^2b + b^{-1}a \cdot b)^{-1}]a \\ &= (e + a^{-1}b^{-1})^{-1} + [a^{-1} \cdot a^2b + a^{-1}(b^{-1}a \cdot b)]^{-1}. \end{aligned}$$

Осыдан шығады:

$$ab + a^{-1}b^{-1}a \cdot b = a^{-1} \cdot a^2b + a^{-1}(b^{-1}a \cdot b).$$

$$(3) \text{ негізінде } ab = a^{-1} \cdot a^2b, \text{ яғни } a \cdot ab = a^2b.$$

Әділетті және кері

Теорема 2. *Бөлгіші бар және нөлдік бөлгіштері жоқ $\mathcal{A}$ сақинасында бірлік бар, және оның барлық нөлдік элементтері қайтымды.*

$[x + y, x + y, z]$ ассоциаторын есептеп және ол $\mathcal{A}$ сақинасында нөлге тең екенін ескере отырып, келесіні аламыз:

$$[x, y, z] = -[y, x, z].$$

Осыған сәйкес $[x, y, z] = -[x, z, y]$, $[x, y, z] = -[z, y, x]$. Осылайша, альтернативті сақинада ассоциатор өзінің кез келген аргументтер жұбын алмастыру кезінде таңбасын өзгертеді. Ассоциаторлардың айқын жазуына көше отырып, еркін сақинада келесі тепе-теңдікті дәлелдеу оңай:

$$[xu, z, u] - [x, yz, u] + [x, y, zu] = x[y, z, u] + [x, y, z]u. \quad (4)$$

Осы тепе-теңдікті пайдалана отырып, альтернативті сақинада кез келген a, b, x элементтері үшін келесі теңдік орын алады

$$[a, ba, x] = a[a, b, x]. \quad (5)$$

Расында да, (4) теңдігінде x пен z -ті a , y ауыстырып, ал b мен u x -ке ауыстырсақ, келесіні аламыз:

$$[ab, a, x] - a[a, ba, x] + [a, b, ax] = a[b, a, x]$$

яғни, $[a, b, a] = 0$. Осыдан табатынымыз:

$$[a, ba, x] = a[a, b, x] + [a, b, ax] - [a, ab, x]. \quad (6)$$

(4) теңдігінде x пен y -ті a, z , ba ауыстырып және u -ды x -ке ауыстырсақ, келесіні аламыз:

$$[a^2, b, x] - [a, ab, x] = a[a, b, x],$$

осыдан:

$$[a, ab, x] = [a^2, b, x] - a[a, b, x].$$

(6) теңдікте $[a, ab, x]$ үшін осы өрнекті қоямыз, одан:

$$[a, ba, x] = 2a[a, b, x] + [a, b, ax] - [a^2, b, x]. \quad (7)$$

шығады.

(4) теңдікте x пен y -ті a, z , x -ке ауыстырып және u -ды b -ға ауыстырса, келесіні аламыз:

$$[a^2, x, b] - [a, ax, b] = a[a, x, b],$$

яғни $[a, b, ax] - [a^2, b, x] = -a[a, b, x]$. Осы өрнекті (7)-ге қойсақ, (5)-ті аламыз.

Енді $a \in \mathcal{A}, a \neq 0$ болсын. Шарт бойынша мынадай элемент бар $e \in \mathcal{A}$, бұл $ae=a$. Осыдан $aa=ae \cdot a = a \cdot ea$ болады, және сол жақтағы a -нықысқартып $a=ea$ аламыз. (5) байланысты кез келген $x \in \mathcal{A}$ элементі үшін келесі теңдік орын алады:

$$[a, ea, x] = a[a, e, x],$$

осыдан $[a, e, x] = 0$, яғни $ax=ae \cdot x$, сондықтан $x=ex$ болады. (5)-тен сонымен қатар $[x, ex, a] = x[x, e, a]$ аламыз, осыдан $x[x, e, a] = 0$ шығады. $x \neq 0$ болған жағдайда $xe \cdot a = x \cdot ea = xa$ болады, яғни $xe=x$. Сонымен, e – $\mathcal{A}$ сақинасының бірлігі.

Әр $0 \neq a \in \mathcal{A}$ элемент үшін шарт бойынша мынандай a^{-1} элементі табылады, мұнда $aa^{-1} = e$. Сонымен қатар

$$ae = aa^{-1} \cdot a = a \cdot a^{-1}a,$$

осыдан $a^{-1}a = e$. Бұдан әрі (5) жалғастырсақ,

$$0 = [a^{-1}, aa^{-1}, x] = a^{-1}[a^{-1}, a, x],$$

осыдан $[a^{-1}, a, x] = 0$, яғни $a^{-1}(ax) = x, [x, a, a^{-1}] = -[a^{-1}, a, x] = 0$ болғандықтан, онда $(xa)a^{-1} = x$ болады. Демек, $\mathcal{A}$ сақинасының кез келген нөлдік емес элементі қайтымды, теорема 2 дәлелденді.

Пайдаланылған әдебиеттер тізімі:

- 1) А.И.Мальцев: «Алгебраические системы», М., 1970 ж., 392 бет
- 2) А.Г.Курош: «Лекции по общей алгебре», Физматика, 1962ж
- 3) Р.Бэр: «Линейная алгебра и проективная геометрия», ИЛ, 1955 ж

Мнайдарова Ж.С.¹, Әбибұлла Ж.Ж.²

1. Ғылыми жетекшісі, экономика магистрі, аға оқытушы
2. Физика-математика және жалпы техникалық пәндер кафедрасы,
«Математика» мамандығының 4 курс студенті

МЕКТЕП КУРСЫНДАҒЫ ТРИГОНОМЕТРИЯЛЫҚ ТЕНДЕУЛЕР МЕН ТЕҢСІЗДІКТЕР

«Қазақстан Республикасының 2015 жылға дейінгі білім беруді дамыту тұжырымдамасы» мемлекеттік тәуелсіздікті қалыптастыруды, нығайтудың елдің прогресшіл дамуының негізін құрайтын Қазақстан Республикасының білім беру жүйесін дамытудың мақсаттары мен міндеттерін, құрылымы мен мазмұнын және негізгі стратегиялық бағыттарын айқындайтын ғылыми-теориялық, әдіснамалық құжат болып табылады. Білім беруді дамыту тұжырымдаманың «білім берудің деңгейлері мен мазмұны» тарауында орта білім берудің мақсаты, міндеттері, сол міндеттерді іске асыру үшін қажетті